Механикадағы ұқсастық әдістері және өлшем бірліктер 7M05405-Механика және энергетика Дәріс 2 Қысқа конспект 2

**2-дәріс. Өлшемділік формуласы**

Бас (негізгі) шамалардың өлшем бірліктеріне тәуелді алынған туынды шамасының өлшем бірліктері формула түрінде өрнектеліп берілуі мүмкін. Бұл формула өлшемділік формуласы деп аталады, және оны туынды шамасының анықтамасы мен физикалық табиғатының сипаттамасы ретінде қабылдауға болады.

Егер ұзындық шамасының бірлігі n рет өзгерсе, онда туындының бірлігі $n^{p}$ рет өзгеретін болады, бұл жағдайда, берілген туындының бірлігі ұзындық бірлігіне сәйкес p өлшемділігіне тең болады, деп айтылады. Сол сияқты, егер де туынды бірлігі q массасының өзгеру дәрежесіне және r уақыт бірлігінің өзгеру дәрежесіне пропорционалды түрде өзгергеретін болса, бұл жағдайда, туынды өлшемділік бірлігі q масса өзгеру бірлігі мен r уақыт бірлігіне қатысты өзгереді деп айтылады. Егер қандай да бір А шамасының өлшемділік бірлігі ұзындық, масса және уақыт бірліктеріне p, q және r өлшемділіктеріне тең болса, онда мұндай тәуелділік символдық түрде келесідей жазылады:

 $\left[A\right]= L^{P }M^{q} T^{r}$ , (1.6)

мұндағы А шамасының символына қойылған тікбұрышты жақшалар ішінде, осы шаманың өлшемділік бірліктері берілген, ал L, M және T символдарының (таңбалары) ұзындық, масса мен уақыт бірліктері жалпы көрсетілген.

Келесі (1.6) формуласы берілген шаманың өлшемділік бірліктер формуласы немесе қысқаша, берілген шаманың өлшемділігі, деп аталады.

Мұндай өлшемділік формуласының бұл түрі, келесі физикалық шартпен анықталатынын көрсетейік: қандай да бір туынды шамасының екі сандық мәндерінің қатынасы, бас (негізгі) өлшем бірліктерінің масштабтарын таңдауына тәуелді болмауы керек.

Енді осы тұжырымды дәлелдеу үшін, күш өлшемдігін анықтайтын мысалды ашып көрсетейік.

Массалары бірдей екі денеге белгілі бір уақыт аралығында әртүрлі күштер әсер ететін болсын. Денелер бірдей уақыт аралығында әсер ететін күштерге байланысты, арақашықтықты екеуі екі түрлі жолмен өтетін болады. Екі жағдайда да дене массалары мен қозғалыс жылдамдықтары бірдей болғандықтан, күштері мен жүретін жолдары бір-бірімен біржақты байланысқан. Біз ұзындық бірлігін бас (негізгі) (басты) деп алып, ал күш бірлігін туынды (қосалқы) деп қабылдаймыз, демек таңдалған ұзындықтың бірлігіне тәуелді дейміз. Өтіп шыққан жолдардың әсер ететін $F\_{1 } и F\_{2 }$ күштерінің сандық мәндерін $l\_{1 }и l\_{2}$ деп белгілейміз. Келесі $F\_{1 }$және $l\_{1 }$ және $F\_{2 }$ және $l\_{2}$ арасындағы байланыстарды жалпы түрде былайша белгілейміз:

$ F\_{1 }=f (l\_{1})$ , $F\_{2 }=f \left(l\_{2}\right).$ (1.7)

Салыстырмалы мөлшердің абсолют мәндер шартынан бұл қатынас,

$$\frac{F\_{1}}{F\_{2}}= \frac{f (l\_{1})}{f (l\_{2})}$$

бірліктерді таңдап алуға байланысты болмайтындығын көрсетеді. Сондықтан ұзындық бірлігін сан рет үлкейтіп, кішірейтуге болады. Бұл бірлікті x рет кішірейтіп көрелік. Тиісінше, $ l\_{1 } и l\_{2}$ жолды өлшейтін сандар x үлкейетін болады. Осылайша,

$\frac{ F\_{1}}{F\_{2}}= \frac{f (xl\_{1})}{f (xl\_{2})}$ =$ \frac{f (l\_{1})}{f (l\_{2})}$.

Соңғы теңдікті келесі түрде жазайық

$f (xl\_{1})$ = $\frac{f (l\_{1})}{f (l\_{2})}f (xl\_{2})$.

Теңдіктің екі жағынан x бойынша туынды аламыз (дифференциалдаймыз):

$l\_{1}$ $\frac{df (xl\_{1})}{d (xl\_{1})}$ = $\frac{f (l\_{1})}{f (l\_{2})}l\_{2}\frac{df (xl\_{2})}{d (xl\_{2})}$ . (1.8)

X санын кездейсоқ алғандықтан, x =1 үшін де (1.8) орындалуы керек. Бұл жағдайда (1.8)-ді келесі түрде қайтадан жазуға болады

$\frac{l\_{1}}{f (l\_{1})}\frac{df(l\_{1})}{dl\_{1}}=\frac{l\_{2}}{f (l\_{2})} \frac{df(l\_{2})}{dl\_{2}}$.

Бұл теңдік кез-келген *l* үшін орындалуы керек.

Сондықтан,

$\frac{l }{f (l)}\frac{df(l)}{dl}=a$,

мұндағы $a$- қандай да бір тұрақты шама.

Айнымалыларды бөліп алып, оларды интегралдаймыз содан алатынымыз,

$f (l)$ = $k\_{1}l^{a}$.

Егер есептің шартын өзгертіп, екі күштің сандық мәндерін анықтасақ, онда осы күштердің әсерінен массалары әр түрлі екі дененің бірдей уақытта өтіп шыққан жолдары да бірдей болатын болады, онда барлық жағдайларды қайтадан ескеріп алатынымыз

$f$ (m) = $k\_{2 }m^{b}$.

 Сол сияқты, массалары бірдей екі дене әр түрлі уақыт аралығында берілген бірдей жолды өткендігін,

f (t) = $k\_{3}t^{c}.$

Барлығына жалпы тәуелділікті келесі түрде жазуға болады

$f$ ($l$ , m, t ) =k $l^{a}m^{b}t^{c}.$ (1.9)

*k* коэффициенті бірліктерді таңдап алудан тәуелсіз cан.

Туынды бірліктерінің өлшем формулаларын құру кезінде келесі теоремалар қолданылады:

1. Егер С шамасының сандық мәні A және B шамаларының сандық мәндерінің көбейтіндісіне тең болса, онда С өлшемі A және B өлшемдерінің көбейтіндісіне тең болады:

[C] = [A] ∙ [B];

басқаша айтқанда, егер

[A] = $L^{p\_{1}}M^{q\_{1}}T^{r\_{1} }$и [B] = $L^{p\_{2}}M^{q\_{2}}T^{r\_{2} }$ ,

содан кейін [C] = $L^{p\_{1}+ p\_{2}}M^{q\_{1}+q\_{2}}T^{r\_{1}+r\_{2}}$.

2. Егер С шамасының сандық мәні A және B шамаларының сандық мәндерінің қатынасына тең болса, онда С өлшемі A және B өлшемдерінің қатынасына тең болады:

[C] = [ $\frac{A}{B}$ ] = $\frac{[A]}{[B]}$ ,

немесе

[C] = $L^{p\_{1}- p\_{2}}M^{q\_{1}-q\_{2}}T^{r\_{1}-r\_{2}}$.

3. Егер С шамасының сандық мәні А шамасының сандық мәнінің n дәрежесіне тең болса, онда C өлшемі А өлшемінің n дәрежесіне тең болады:

[C] = [$A^{n}$] = $[A]^{n}.$

Кезінде

[A] = $L^{p}M^{q}T^{r}$

алатынымыз

[C] = $L^{pn}M^{qn}T^{rn}.$

Осындағы барлық теоремалардың дәлелдері өте қарапайым.